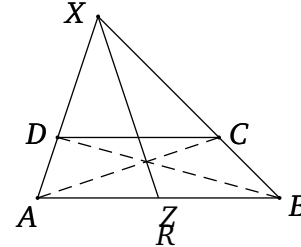


# GEOMETRIA V (2017) Ludvig Wiener 7.12<sup>1</sup>

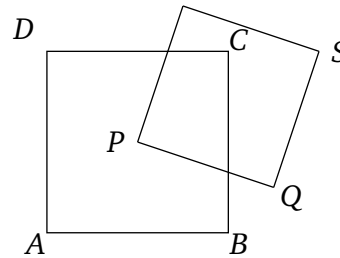
**7.12 Demot 12-14 alkavat 12:35!**  
*Sitä ennen sali XVII on varattu.*

- 1 Oletetaan, että  $G = O$ , missä  $G$  kolmion  $\triangle ABC$  painopiste ja  $O$  ympäri piirretyn ympyrän keskipiste  $O$ . Osoita, että  $\triangle ABC$  on tasasivuinen.

- 2 Olkoon  $\diamond = \diamond ABCD$  puolisuunnikas, missä  $AB \parallel DC$ , ja  $\ell(A, D) \cap \ell(B, C) = X$ . Olkoon  $Y$  puolisuunnikkaan  $\diamond$  halkaisijoiden leikkauspiste. Osoita, että  $\ell(X, Y)$  on kolmion  $\triangle ABX$  mediaani.

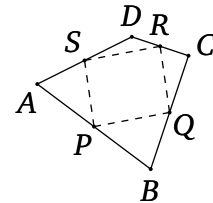


- 3 Olkoot  $\diamond = \diamond ABCD$  ja  $\diamond' = \diamond PQRS$  kaksi neliötä kuten kuvassa niin että  $P$  on neliön  $\diamond$  keskipiste. Miten suuri ala näiden kahden neliön leikkauksella on?



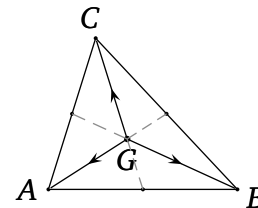
- 4 Osoita, että jokainen suunnansäilyttävä isometria on rotaatio tai kahden rotaation yhdiste.

- 5 Osoita puolikiertojen avulla, että nelikulmion  $\diamond ABCD$  sivujen keskipisteet  $P, Q, R, S$  muodostavat suunnikkaan.



- 6 Olkoot  $\delta_P$  puolikierto pisteen  $P$  suhteen ja  $a$  jokin suora. Osoita, että  $\delta_P \rho_a = \rho_a \delta_P$  jos ja vain jos  $P \in a$ .

- 7 Kullekin pisteelle  $X \in \{A, B, C\}$  olkoon  $\tau_X = \tau_{GX}$  translaatio, joka kuvaa kolmion  $\triangle ABC$  painopisteen  $G$  kärkipisteeksi  $X$ . Osoita, että  $\tau_C \tau_B \tau_A$  on identiteettikuvaus.



<sup>1</sup> Ludvig Wiener, joulukuun 7 (1826) - heinäkuun 31 (1896). Hänen habilitaatiotyönsä oli "Rein geometrische Theorie der Darstellung binärer Formen durch Punktgruppen auf der Geraden", joka oli varmaan hieno juttu. Ennen vanhaan luultiin, että 7.12 olisi myös Giovanni Cevan syntymäpäivä, mutta mitä vielä – se oli 1.9. 1647.