ALGEBRA Dem. VI 21.2. 2012

I välikoe 24.2 2012 (14:00-16:00 XX): sivut 16 – 48
(normaaliuteen asti) ja dem.tehtävät

1 Etsi laajennuksen $K/\mathbb{Q}$ kanta, missä $K = \mathbb{Q}(\sqrt{2}, i)$, ja määrää näin aste $[K : \mathbb{Q}]$.

2 Etsi alkion $1 - i \in \mathbb{C}$ minimaalipolynomi $\mu(x) \in \mathbb{Q}[x]$ yli kunnan $\mathbb{Q}$.

3 Olkoon $\alpha = \sqrt[3]{6} - \sqrt{2} \in \mathbb{R}$. Osoita, että $[\mathbb{Q}(\alpha) : \mathbb{Q}] = 6$.

4 Etsi polynomin $f(x) = x^4 - 7 \in \mathbb{Q}[x]$ hajoamiskunta K_f yli kunnan $\mathbb{Q}$. Määrää myös laajennusaste $[K_f : \mathbb{Q}]$.

5 Etsi polynomin $f(x) = x^3 + x + 1 \in \mathbb{Z}_2[x]$ hajoamiskunta yli kunnan $\mathbb{Z}_2$.

6 Olkoon $a = \sqrt[7]{2} \in \mathbb{R}$.
(a) Osoita, että $[\mathbb{Q}(a) : \mathbb{Q}] = 7$.
(b) Osoita, että $\mathbb{Q}(a)$ *ei ole* polynomin $f(x) = x^7 - 2$ hajoamiskunta.