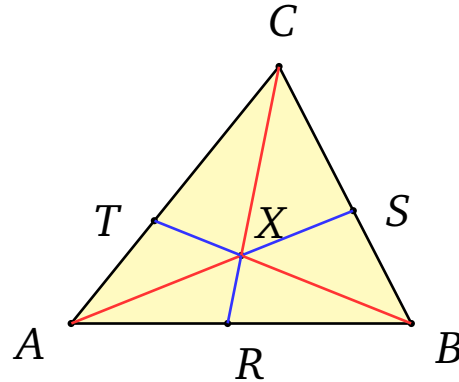


VAN AUBELIN SEURAUS: PAINOPISTE



Olkoot AS , BT ja CR konkurentit pisteessä X . Tällöin

$$\frac{AX}{XS} + \frac{BX}{XT} + \frac{CX}{XR} \geq 6.$$

Yhtäsuuruus on voimassa jos ja vain jos X on painopiste.

TODISTUS

Van Aubel:

$$\frac{AX}{XS} + \frac{BX}{XT} + \frac{CX}{XR} = \left(\frac{AR}{RB} + \frac{AT}{TC} \right) + \left(\frac{BR}{RA} + \frac{BS}{SC} \right) + \left(\frac{CS}{SB} + \frac{CT}{TA} \right).$$

- Aina $x + \frac{1}{x} \geq 2$, missä on yhtäsuuruus vain jos $x = 1$.
- Siis

$$\frac{AR}{RB} + \frac{BR}{RA} \geq 2, \quad \frac{AT}{TC} + \frac{TC}{AT} \geq 2, \quad \frac{BS}{SC} + \frac{SC}{BS} \geq 2.$$

Niinpä

$$\frac{AX}{XS} + \frac{BX}{XT} + \frac{CX}{XR} \geq 6.$$

Yhtäsuuruus on voimassa jos ja vain jos

$$\frac{AR}{RB} = \frac{BS}{SC} = \frac{CT}{TA} = 1,$$

eli jos ja vain jos $X = G$, painopiste.