PISTEIDEN YHTEYDET: HOILAUSe

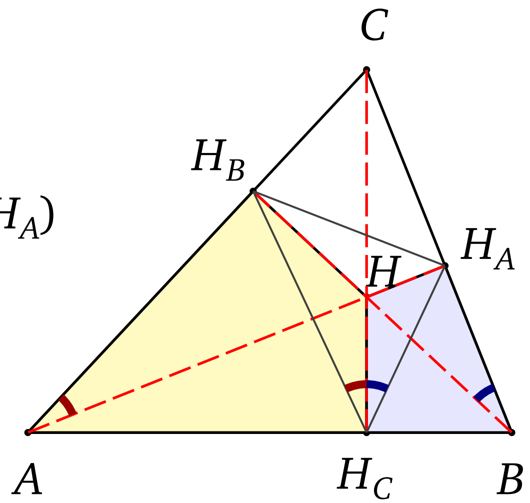
Esimerkki 3.3 ($H \longleftrightarrow I$)

Teräväkulmaisen kolmion Δ korkeusjanat ovat ortokolmion Δ_O kulmien puolittajat.

Todistus

- $\lozenge AH_CHH_B$ on konsyklinen.
  $\lozenge BH_AHH_C$ on konsyklinen.
  $(\angle H_B + \angle H_C = 180^o = \angle H_C + \angle H_A)$
- Kehäkulmat:

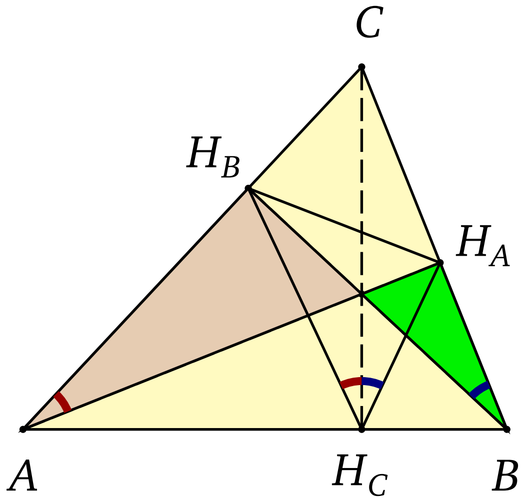
$$\angle HAH_B = \angle HH_CH_B$$
$$\angle H_ABH = \angle H_AH_CH\,.$$



$$\triangle AHH_B \overset{KK}{\sim} \triangle BHH_A$$

$$\therefore \angle HAH_B = \angle H_ABH$$

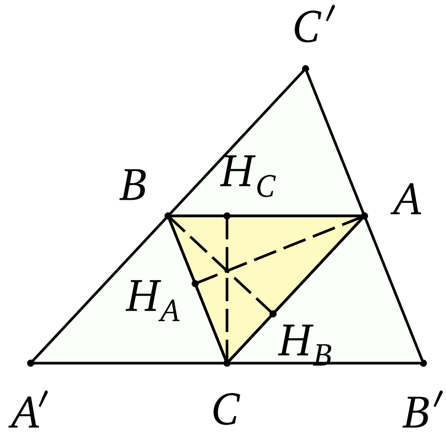
mistä väite seuraa:
kulma $\angle H_C$ puolittuu.



PISTEIDEN YHTEYDET: $H \longleftrightarrow O$

Kolmion $\triangle ABC$ korkeusjanat ovat kolmion $\triangle A'B'C'$ keskinormaalit.

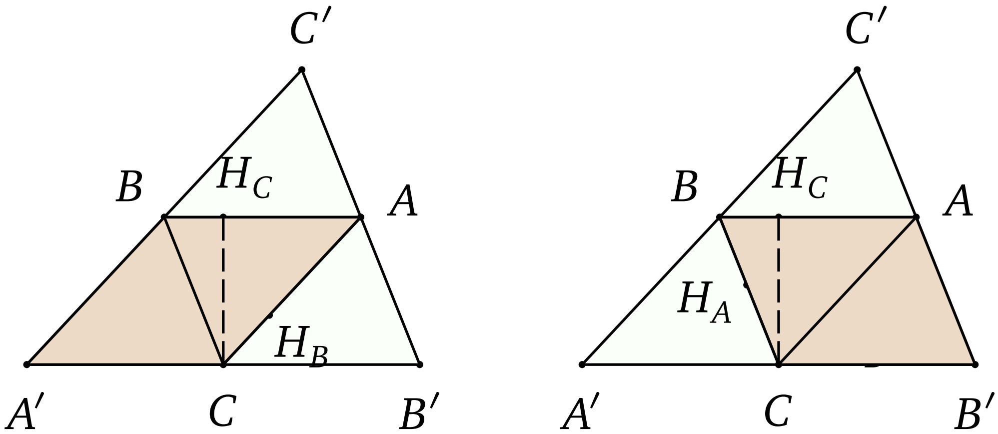
Tässä $\triangle A'B'C'$ saadaan piirtämällä sivujen suuntaiset suorat vastakkaisten kärkipisteiden kautta.



TODISTUS

- $\Diamond A'CAB$ on suunnikas. Samoin on $\Diamond CB'AB$.

  Siis $\boxed{A'C = CB'}$ $(= AB)$



$A'B' \| AB$: $\ell(C, H_C)$ kolmion $\triangle A'B'C'$ keskinormaali.

Samoin muille kolmion $\triangle ABC$ korkeusjanoille.

Siis kolmion $\triangle ABC$ korkeusjanat leikkaavat kolmion $\triangle A'B'C'$ ympäripiirretyn ympyrän keskipisteessä.