AFFIINIT KUVAUKSET

Affiini kuvaus $\alpha \in \mathscr{A}$: suora kuvautuu suoraksi.

- Lause 4.2: $a \| b \implies a^\alpha \| b^\alpha$.
- Lause 5.9: Janan keskipiste kuvautuu kuvajanan keskipisteeksi.

  Erityisesti kolmion $\triangle ABC$ mediaani AM_A kuvautuu kuvakolmion $\triangle A^\alpha B^\alpha C^\alpha$ mediaaniksi $A^\alpha M_{A^\alpha}$.

  Siis painopiste kuvautuu painopisteeksi.

- Lause 5.10: Jos $A^\alpha = A$ ja $B^\alpha = B$, niin α kiinnittää suoran $\ell(A, B)$ jokaisen pisteen.
- Lause 5.11: α kuvaa janan janaksi. Säilyttää sen suhteet.

  Kolmen pisteen sääntö on voimassa!

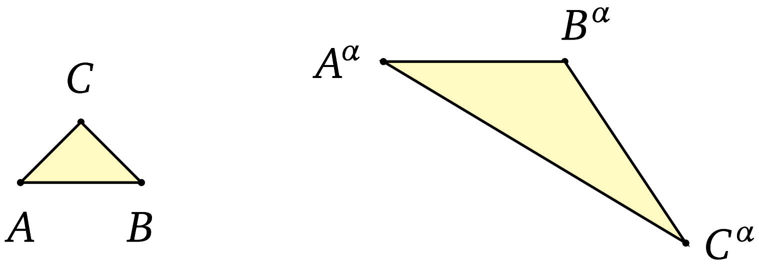
LAUSE 5.12: PERUSLAUSE

Affiinien kuvausten ryhmä ei erota kolmioita toisistaan.

Annettuna kolmiot Δ ja Δ', on affiini kuvaus α, joka kuvaa toisen toiseksi:

$$\Delta' = \Delta^{\alpha}$$

Erityisesti jokainen kolmio $\triangle ABC$ on yhden tasasivuisen kolmion affiini kuva!

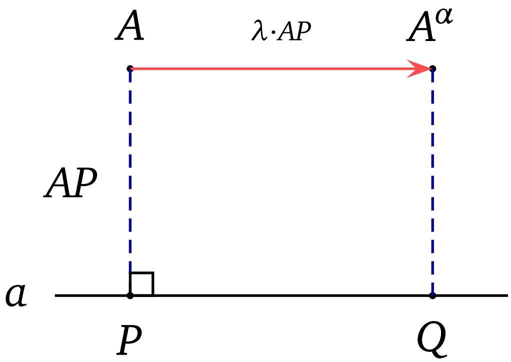


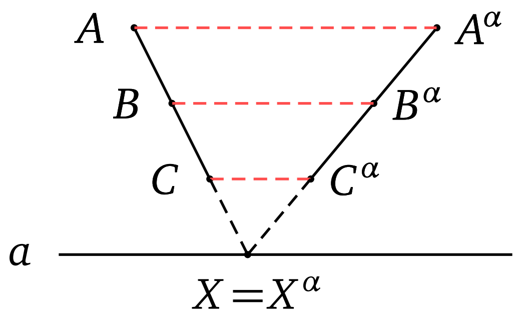
Seuraavassa on *lyhennetty esitys* tuloksen todistuksesta.

(1) Affiini $A \mapsto A^\alpha$: suora a ja kerroin λ

$$AA^\alpha \| a \quad \& \quad AA^\alpha = \lambda \cdot AP$$

α kiinnittää suoran a pisteittäin. (Yhdenmuotoisuudesta)

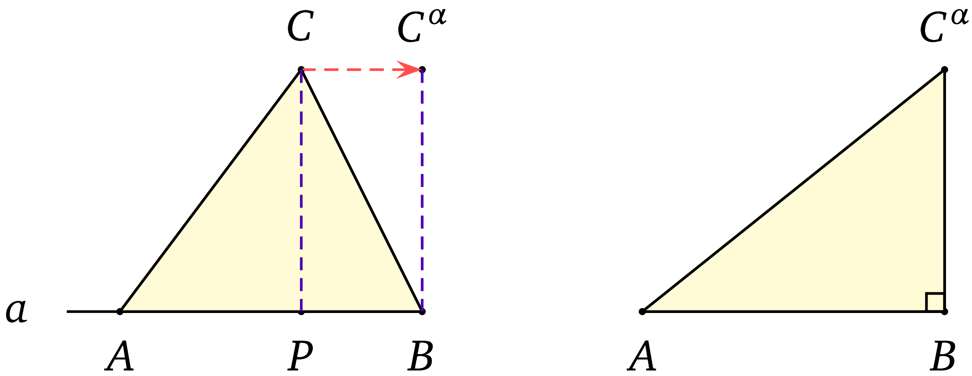




Kuvataan $\triangle ABC$ suorakulmaiseksi kolmioksi:

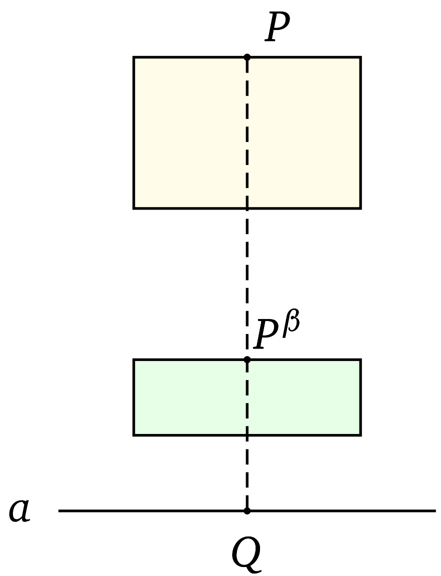
Olkoot $a = \ell(A,B)$ ja $\angle C^{\alpha}BA = 90^{o}$, jolloin

$$\lambda = \frac{CC^{\alpha}}{CP}$$



(2) LITISTYS

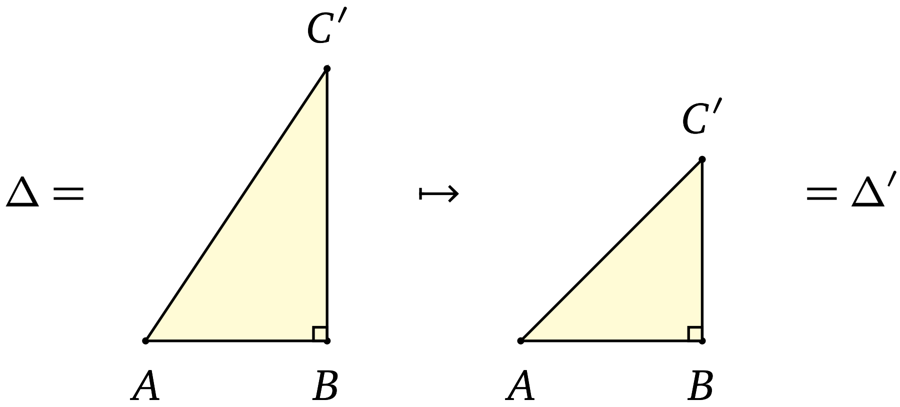
Kuvaus $P \mapsto P^\beta$ on litistys/venytys vakion r ja suoran a suhteen, jos $P^\beta Q = r \cdot PQ$, missä P^β on normaalilla $\ell(P,Q)$.



JATKETAAN

Tehdään litistys suoran $\ell(A,B)$ suhteen niin, että tuloksena on suorakulmainen, tasakylkinen kolmio $\triangle ABC'$.

Plus similaarikuvaus: *Annettuna kolmio Δ, on affiini kuvaus, joka kuvaa sen suorakulmaiseksi tasakylkiseksi kolmioksi, jonka kyljet ovat pituutta 1.* Tästä väite seuraa.



SOVELLUTUKSIA

- Jokainen kolmio voidaan kuvata tasasivuiseksi kolmioksi affiinin kuvauksen avulla.
- Koska affiini kuvaus on bijektio, konkurrenttisuus säilyy kuvattaessa.
- Painopisteen olemassaolo seuraa kaikille kolmioille.
- Muut merkilliset pisteet eivät seuraa mukana.

Gardner ja Mauldin (1988)

- Jos f on tason transformaatio, joka kuvaa jokaisen ympyrän ympyräksi, niin f on affiini kuvaus ja vieläpä similaarikuvaus.
- Seuraus: Ei ole olemassa bijektiivistä tason kuvausta, joka kuvaisi jokaisen kolmion (tai monikulmion) ympyräksi.