

## LIIKE TASOSSA

If 6 turned to be 9  
I don't mind, I don't mind.  
Alright, if all the hippies cut off all their hair  
I don't care, I don't care.  
– Jimi Hendrix (1969)

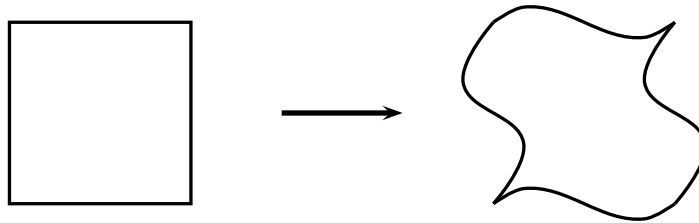
- Tasokuvioiden **symmetria**:  
Yhtenevyys ja yhdenmuotoisuus yleisemmin.

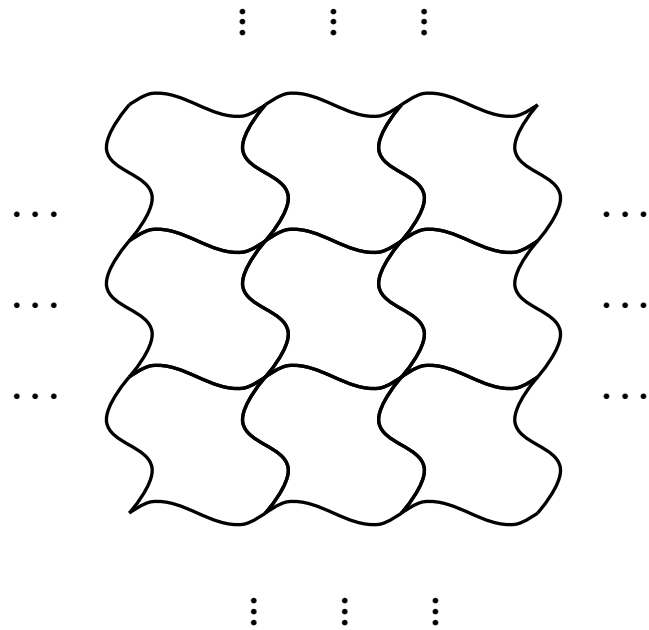


# TRANSFORMAATIO

**Transformaatio** on bijektiivinen kuvaus  $\alpha: \mathbb{E} \rightarrow \mathbb{E}$ .

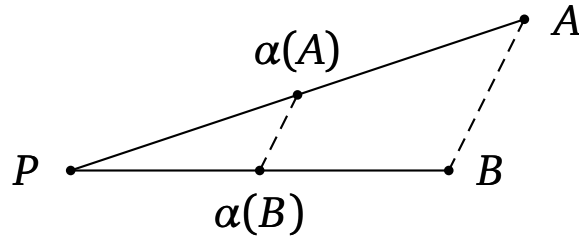
**Esimerkki.** Jaetaan taso yksikköneliöihin, joista kukin kuvataan sisäpisteineen näin:





**Esimerkki 2.** Olkoon  $P$  kiinnitetty piste. Määritellään kuvaus  $\alpha$  ehdosta

$$\alpha(X) = \text{janan } PX \text{ keskipiste}$$



Kuvaus  $\alpha(X)$  on transformaatio.

**Injektiivisyys:** jos  $\alpha(X) = \alpha(Y)$ , niin janoilla  $PX$  ja  $PY$  on sama keskipiste, ja siten  $X = Y$ .

**Surjektiivisyys:** kun  $Q \in \mathbb{E}$ , on olemassa  $R$ , jolle  $\alpha(R) = Q$ .  
Myös  $\alpha(P) = P$ .

Lisäksi

- $\alpha$  on **affiini**: se kuvaa jokaisen suoran  $\ell$  suoraksi  $\alpha(\ell)$ .
- $\alpha$  kuvaa jokaisen **janan janaksi**.
- Kuvajanan  $\alpha(XY)$  pituus on puolet janan  $XY$  pituudesta.

## TRANSFORMAATIOITA ON LIIKAA!

Taso on täynnä transformaatioita, joilla ei ole (välitöntä) geometrista mielenkiintoa.

**Esimerkki.** Jaetaan taso neliöihin (tai vielä hurjempaan osiin!).  
Jokaiseen neliöön sovelletaan omaa bijektiota.

Transformaatio on “geometrisesti ystävällinen”, jos edes

jatkuva käyrä  $\gamma \mapsto \alpha(\gamma)$  jatkuva käyrä.

Vielä paremmin, jos se on affiini.

## TÄSSÄ KURSSISSA

- **Isometriat:** jana kuvautuu aina yhtä pitkäksi janaksi:

$$|\alpha(PQ)| = |PQ|.$$

- **Similaarikuvaukset:** jos on olemassa vakio  $c > 0$ , jolle

$$|\alpha(PQ)| = c|PQ|.$$

- **Affiinit kuvaukset.**