

Analyysi I (sivuaineopiskelijoille)

Mika Hirvensalo
mikhirve@utu.fi

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Turun yliopisto

2017

Huomautus

Mille tahansa derivoituvalle funktiolle f on

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{dt} \frac{dt}{dx}$$

Huomautus

Mille tahansa derivoituvalle funktiolle f on

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{df}{dt} \frac{1}{\frac{dx}{dt}}$$

Huomautus

Mille tahansa derivoituvalle funktiolle f on

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{df}{dt} \frac{1}{\frac{dx}{dt}} = f'(t) \cdot \frac{1}{x'(t)}.$$

Huomautus

Mille tahansa derivoituvalle funktiolle f on

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{df}{dt} \frac{1}{\frac{dx}{dt}} = f'(t) \cdot \frac{1}{x'(t)}.$$

Tämän avulla voidaan määrittää $\frac{d^2y}{dx^2}$, kun tiedetään että

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)}.$$

Huomautus

Mille tahansa derivoituvalle funktiolle f on

$$\frac{df}{dx} = \frac{df}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{df}{dt} \frac{1}{\frac{dx}{dt}} = f'(t) \cdot \frac{1}{x'(t)}.$$

Tämän avulla voidaan määrittää $\frac{d^2y}{dx^2}$, kun tiedetään että

$$\frac{dy}{dx} = \frac{y'(t)}{x'(t)}.$$

Esimerkkejä

- Esimerkki 5.31
- Esimerkki 5.32
- Esimerkki 5.33
- Esimerkki 5.34

Nopeusvektori

$$P(t) = (x(t), y(t)),$$

Nopeusvektori

$$P(t) = (x(t), y(t)),$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h}(P(t+h) - P(t)) \\ = & \left(\frac{x(t+h) - x(t)}{h}, \frac{y(t+h) - y(t)}{h} \right) \end{aligned}$$

Nopeusvektori

$$P(t) = (x(t), y(t)),$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h}(P(t+h) - P(t)) \\ = & \left(\frac{x(t+h) - x(t)}{h}, \frac{y(t+h) - y(t)}{h} \right) \xrightarrow{h \rightarrow 0} (x'(t), y'(t)). \end{aligned}$$

Funktioiden $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ derivaatat

Nopeusvektori

$$P(t) = (x(t), y(t)),$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{h}(P(t+h) - P(t)) \\ = & \left(\frac{x(t+h) - x(t)}{h}, \frac{y(t+h) - y(t)}{h} \right) \xrightarrow{h \rightarrow 0} (x'(t), y'(t)). \end{aligned}$$

Huomautus

Differentioituvuuden määritelmän mukainen (kts. luentoruudut 23, s.16) derivaatan matriisi funktiolle $P(t) = (x(t), y(t))$ on

$$\left(\frac{\partial x}{\partial t}, \frac{\partial y}{\partial t} \right) = (x'(t), y'(t)).$$

Funktioiden $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^2$ derivaatat

Esimerkkejä

- Esimerkki 5.35
- Esimerkki 5.36