

Analyysi II (sivuaineopiskelijoille)

Demonstraatio 7, 9.3.2018

1. Osoita että integraali

$$\int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} \ln t \, dt$$

suppenee aina, kun $x > 1$.

2. Suppeneeko sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n^3 + n \cos n + 1}{n^4 + 1} ?$$

3. Suppeneeko sarja

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n^3 - 1}} ?$$

4. Suppeneeko sarja

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n} ?$$

Jos suppenee, arvioi kuinka suuri sarjan summa on.

5. Suppeneeko sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left(-\frac{3}{4}\right)^n ?$$

Jos suppenee, laske sarjan summa.

6. Suppeneeko sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} n \left(\frac{3}{4}\right)^n ?$$

Jos suppenee, arvioi kuinka suuri sarjan summa on.

7. Suppeneeko sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n} ?$$

8. Suppeneeko sarja

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{n^n e^{-n}} ?$$

Ohje: Käytä ns. *Stirlingin kaavaa*

$$n! = n^n e^{-n} \sqrt{2\pi n} \cdot e^{g(n)},$$

missä $g(n)$ on funktio, joka toteuttaa ehdon $0 \leq g(n) \leq \frac{1}{8n}$.