

Analyysi II (sivuaineopiskelijoille)

Demonstraatio 8, 16.3.2018

1. Arvioi kuinka monta termiä sarjan

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n$$

alkuosasta pitää laskea yhteen, jotta katkaisuvirhe olisi itseisarvoltaan korkeintaan ε .

2. Arvioi kuinka monta termiä sarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$$

alkuosasta pitää laskea yhteen, jotta katkaisuvirhe olisi itseisarvoltaan korkeintaan ε . Ohje: Arvioi sarjan loppuosan suuruutta sopivilla integraaleilla.

3. Arvioi kuinka monta termiä sarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n^2}$$

alkuosasta pitää laskea yhteen, jotta katkaisuvirhe olisi itseisarvoltaan korkeintaan ε .

4. Muodosta sarjojen $\sum_{k=0}^{\infty} x^k$ ja $\sum_{k=0}^{\infty} (k+1)x^k$ Cauchyn tulo.

5. Olkoon $x > 0$. Arvioi kuinka monta termiä sarjan

$$\sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \frac{x^{2k+1}}{(2k+1)!}$$

alkuosasta on laskettava yhteen, jotta katkaisuvirhe olisi itseisarvoltaan korkeintaan ε . Ohje: $n! \geq 2^{n-1}$, jos $n \geq 2$ (miksi?).

6. Osoita, että sarja

$$S(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{3}{4}\right)^n \cos(9^n \pi x)$$

suppenee ja määrittelee jatkuvan funktion koko reaaliakselilla.

7. Laske

$$\int_0^{\frac{1}{2}} S(x) dx,$$

missä $S(x)$ on edellisen tehtävän sarja.