

# Analyysi II (sivuaineopiskelijoille)

## Demonstraatio 9, 23.3.2018

1. Selvitä kaikki  $x$ :n arvot joille sarja

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{(x-2)^n}{2n+3}$$

suppenee.

2. Osoita, että sarja

$$E(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$

ei suppene tasaisesti joukossa  $[0, \infty)$ . Ohje: Katkaise sarja jostain indeksistä  $M$  alkaen, ja osoita, että sarjan katkaistu loppuosa tulee suureksi, jos  $x$  valitaan sopivalla tavalla.

3. Olkoon  $S(x)$  demokerran 8 tehtävissä 6 ja 7 esiintyvä sarja. Mitä voit sanoa sarjan  $S(x)$  derivoinnista termeittäin?

4. Määritä sarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2 + 3n}{3^n}$$

summa. Ohje: Aloita derivoimalla funktion  $\frac{1}{1-x}$  geometrinen sarja termeittäin. Sijoita lopuksi sopiva arvo  $x$ :lle.

5. Määritä sarjan

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n(n+1)5^n}$$

summa. Ohje: Aloita integroimalla funktion  $\frac{1}{1-x}$  geometrinen sarja termeittäin yli sopivan välin.

6. Etsi funktiolle

$$\frac{1}{1-x}$$

potenssisarja pisteen  $x = \frac{1}{2}$  ympäristössä. Mikä on sarjan suppenemissäde? Ohje:  $x = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ .

7. Etsi funktiolle

$$A(x) = \frac{5x}{6x^2 - x - 1}$$

Potenssisarja pisteen  $x = 0$  ympäristössä. Mikä on sarjan suppenemissäde? Ohje: Etsi ensin osamurtohajotelma ja käytä sitten geometrisia sarjoja.