

AUTOMORFISET L -FUNKTIOT

Maassin aaltoihin ψ_j liittyviä Dirichlet:n sarjoja

$$L_j(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho_j(n) n^{-s}$$

kutsutaan *Hecken L -funktioiksi* tai *automorfisiksi L -funktioiksi*. Aiempia merkintöjä käyttäen, merkitään myös

$$H_j(s) = \sum_{n=1}^{\infty} t_j(n) n^{-s},$$

jolloin $L_j(s) = \rho_j(1)H_j(s)$. Funktioita H_j kutsutaan myös muotoon ψ_j liittyviksi Hecken L -funktioiksi. Kärkimuotoihin ψ_j ja $\psi_{j'}$ liittyvä *Rankinin L -funktio* määritellään kaavalla

$$R_{j,j'}(s) = \sum_{n=1}^{\infty} \rho_j(n) \overline{\rho_{j'}(n)} n^{-s}.$$

Arvion $t_j(n) \ll n^{\frac{1}{4}+\delta}$ nojalla ylläolevat sarjat suppenevat, kun $\operatorname{Re} s > \frac{3}{2}$.

Lause. $H_j(s)$ on kokonainen.