

Insinöörimatematiikka 1

Demonstraatio 3, 21.9.2021

1. Selvitä alkeisgeometrian avulla mitä ovat tarkat arvot $\cos \frac{\pi}{3}$ ja $\sin \frac{\pi}{3}$. Vihje: Piirrä yksikköympyrän sisälle tasasivuinen kolmio, jonka kanta on x -akselin väli $[0, 1]$ ja huippukulma sijaitsee yksikköympyrällä kulman 0 ja $\frac{\pi}{2}$ välissä. Hyödynnä huippukulmasta kohtisuoraan piirrettyä janaa x -akselille.
2. Etsi kaikki kulmat t jotka toteuttavat yhtälön $\sin t = \frac{1}{2}$, kaikki kulmat t jotka toteuttavat yhtälön $\cos t = -\frac{1}{2}$ sekä kaikki kulmat t jotka toteuttavat yhtälön $\tan t = \sqrt{3}$. Vihje: Taulukkokirja, yksikköympyrä ja jaksollisuus.
3. Etsi taulukkokirjasta sopiva kaava ja määritä sen avulla arvo $\cos \frac{7\pi}{12}$, kun tunnetaan sinin ja kosinin arvot kulmille $\frac{\pi}{3}$ ja $\frac{\pi}{4}$.
4. Olkoon $t \in (-\frac{\pi}{2}, 0]$ ja $x = \tan t$. Esitä $\sin t$ sellaisena x :n lausekkeena, jossa esiintyy x :n rationaalifunktio ja yksi neliöjuuri. Vihje: Käytä tangentin määritelmää, laske x^2 ja hyödynnä yhtälöä $\cos^2 t + \sin^2 t = 1$.
5. Perustele oikeaksi lause, jonka mukaan raja-arvoja ei voi olla useampia. Vihje: Tee vastaoletus, jonka mukaan olisi sekä $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ ja $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = B$ ja $A \neq B$. Merkitse $e = d(A, B)$ ja oletta x valituksi niin läheltä pistettä x_0 , että $d(f(x), A) < \frac{e}{2}$ sekä $d(f(x), B) < \frac{e}{2}$. Arvioi etäisyyttä $d(A, B)$ käyttämällä kolmioepäyhtälöä, jossa kolmantena lukuna esiintyy $f(x)$.
6. Selvitä mitä arvoa A $f(x) = \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ lähestyy, kun x lähestyy lukua 3 . Vihje: Jaa osoittaja tekijoihin.
7. Osoita edellisen tehtävän raja-arvo muodollisesti oikeaksi raja-arvon määritelmään nojautuen. Toisin sanoen, etsi sellainen luku δ_ϵ , että $d(f(x), A) < \epsilon$, kunhan $d(x, 3) < \delta_\epsilon$.
8. Selvitä mitä arvoa $\frac{\sqrt{2+h}-\sqrt{2}}{h}$ lähestyy, kun h lähestyy lukua 0 . Vihje: Lavenna sopivalla lausekkeella poistaaksesi juurilausekkeet osoittajasta.