

Insinöörimatematiikka 1

Mika Hirvensalo
`mikhirve@utu.fi`

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Turun yliopisto

2021

Kurssin yleistiedot

Kurssin nettisivu

Perehdy nettisivun informaatioon:

<http://users.utu.fi/mikhirve/ins2122/Ins1/Ins1index.html>

Luennot ja demot

Luennot ke 12-14 ja to 10-12 etäyhteydellä. Demoajankohdat ti 8-10, 10-12, 12-14, 14-16. Suoritustavoista ja poikkeuksista kerrotaan kurssin nettisivulla.

Kurssin suoritus

Demotehtävistä suoritettava vähintään 40% ja läpäistävä lopputentti.

Tenttipäivät

Ilmoitetaan myöhemmin

Tavoitteet

Kurssilla saavutetaan differentiaali- ja integraalilaskennan tietämys, joka riittää pohjaksi seuraavia insinöörimatematiikan kursseja varten.

Sisältö

Matematiikan merkintöjä, tavallisimmat reaalfunktiot, raja-arvo ja jatkuvuus, derivaatta ja sen sovelluksia, Riemannin integraali ja sen sovelluksia.

Luonnehdinta

Matematiikka on rakennetta, järjestystä ja suhteita käsittelevä tiede.

Matematiikan historiaa

- Laskutaito n. 35000 vuotta sitten.
- Abstrakti matematiikka n. 4000 vuotta sitten (Egypti).
- Kreikkalainen kukoistuskausi n. 300–100 eaa.
- Uuden ajan matematiikka 1600-luku → nykypäivä.

- Matematiikka ei ole luonnontiede
- Ei operationaalista kytkentää reaailimaailmaan
- Onko

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

"totta"?

- Kaikki matemaattiset teorat voidaan esittää *aksiomaattis-deduktiivisessa* muodossa.
- Teorian peruskäsitteet ja -oliot esitetään määritelmänä ja niiden väliset suhteet tai *aksioomina*.
- Kaikki muut teorian väittämät (lauseet, teoreemat) johdetaan aksioomista loogisesti.
- Matemaattinen teoria: Niiden lauseiden joukko, jotka voidaan johtaa aksioomista.

Vaatimuksia aksiomatiikalle

- Peruskäsitteiden ja aksioomien pitäisi olla yksinkertaisia
- Aksioomia pitäisi olla vähän
- Aksioomien pitäisi olla ristiriidattomia

Peanon aksiomatisointi luonnollisille luvuille

Peruskäsitteet: Joukko $\mathbb{N}$, luku $1 \in \mathbb{N}$ ja luvun n seuraaja $s(n)$.

Aksioomat:

- 1 Jos $n \neq m$, niin $s(n) \neq s(m)$ (kahdella eri luonnollisella luvulla on eri seuraaja).
- 2 Kaikille joukon $\mathbb{N}$ alkioille n pätee $s(n) \neq 1$ (ykkönen ei ole minkään luonnollisen luvun seuraaja).
- 3 Jos joukko A sisältää luvun 1 ja jokaisen sisältämänsä luvun seuraajan, niin silloin A sisältää kaikki luonnolliset luvut (*induktioaksiooma*).

Päättelyn muotoja

- Deduktiivinen
 - Induktiivinen
 - Abduktiivinen
-
- Matematiikka rakennetaan yksinomaan deduktiivisen päättelyn turvin
 - Luonnontieteissä induktiivinen päättely on tyypillistä

Deduktiivinen päättely

- Äärellinen määrä päättelysääntöjä
- Oletusten ollessa tosia ovat johtopäätökset tosia
- "Loogisesti sitova"

Modus ponens

$$\frac{\phi \quad \phi \rightarrow \psi}{\psi}$$

Syllogistinen logiikka



Aristoteles (384–322 eaa)

Syllogistinen logiikka

Premisseistä päätellään johtopäätös. Premissejä voi olla kaksi: Pääpremissi ja alipremissi

Esimerkki

Sokrates on ihminen
Sokrates on kuolevainen

Huomautus

Johtopäätös ei seuraa premissistä!

Esimerkki

Jokainen ihminen on kuolevainen
(pääpremissi)

Sokrates on ihminen
(alipremissi)

Sokrates on kuolevainen
(johtopäätös)

Huomautus

Johtopäätös seuraa premiseistä.

Kreikkalaiset aakkoset

alfa	A	α	ioota	I	ι	rhoo	P	ρ
beta	B	β	kappa	K	$\kappa, \varkappa$	sigma	Σ	σ, ς
gamma	Γ	γ	lambda	Λ	λ	tau	T	τ
delta	Δ	δ	myy	M	μ	ypsilon	Υ	υ
epsilon	E	ϵ	nyy	N	ν	fii	Φ	ϕ, φ
zeeta	Z	ζ	ksii	Ξ	ξ	khii	X	χ
eeta	H	η	omikron	O	o	psii	Ψ	ψ
theeta	Θ	θ, ϑ	pii	Π	π, ϖ	oomega	Ω	ω

- $\wedge$ (konjunktio eli looginen ja)
- $\vee$ (disjunktio eli looginen tai)
- $\neg$ (negaatio eli looginen ei)
- $\rightarrow$ (implikaatio eli looginen seuraus)
- $\forall$ (universaalikvanttori)
- $\exists$ (eksistentiaalikvanttori)

Esimerkki

- Logiikan kaava $(x \geq 1) \wedge (y < 0)$ väittää, että $x \geq 1$ ja $y < 0$.
- Kaava $(\forall x)(x^2 \geq 0)$ väittää, että jokainen x toteuttaa ehdon $x^2 \geq 0$.
- Kaava $(\exists x)(\forall y)(y \leq x)$ väittää, että on olemassa sellainen x , että kaikille y :ille $y \leq x$
- Kaava $(\forall \epsilon > 0)(\exists \delta > 0)(|x - 3| < \delta \rightarrow |x^2 - 9| < \epsilon)$ väittää, että jokaista positiivilukua ϵ kohti on olemassa sellainen positiiviluku δ , että ehdosta $|x - 3| < \delta$ seuraa $|x^2 - 9| < \epsilon$.