

Insinöörimatematiikka 4

Demonstraatio 6, 19.4. 2022

1. Palauta kolmannen kertaluvun differentiaaliyhtälö

$$x''' + 4x'' + 5x' - x = 2t$$

differentiaaliyhtälöryhmäksi, jossa esiintyy vain ensimmäisen kertaluvun derivaattoja. Ohje: Määrittele uudet funktiot y ja z luentoesimerkin mukaisesti.

2. Olkoon x syöte ja y tuloste, joille pätee differentiaaliyhtälö

$$y'' - y = 2x' - x.$$

Määritä systeemin siirtofunktio. Ohje: Luentoruudut

3. Onko edellisen tehtävän systeemi stabiili? Ohje: Stabiilisuus määräytyy siirtofunktion napojen mukaan, kts. luentoruudut.
4. Selvitä onko differentiaaliyhtälön

$$y^{(3)} + 2y'' - y' - 2y = x' - x$$

määrittämä systeemi stabiili.

5. Määritä jonolle $x_n = na^n$ Z -muunnos. Ohje: Hyödynnä ensin muunnos jonolle a^n (luennoilla) ja kokeile derivointia z :n suhteen.
6. Määritellään lukujono x_n ehdoilla $x_0 = 1$, $x_1 = 1$ ja

$$x_{n+2} = nx_{n+1} + x_n.$$

Käytä Z -muunnoksia selvittääksesi millainen eksplisiittinen lauseke saadaan jonolle x_n .

7. Määritellään funktio $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ lausekkeella

$$f(x, y) = \frac{x^3 y}{x^6 + y^2}.$$

Selvitä mikä funktion f raja-arvo origossa $(0, 0)$, kun origoa lähestytään suoraa $y = kx$ pitkin. Ohje: Sijoita $y = kx$ ja määritä raja-arvo kun $x \rightarrow 0$.

8. Selvitä edellisen tehtävän funktion raja-arvo origossa, kun origoa lähestytään käyrää $y = kx^3$ pitkin. Voiko eri k :n arvoja kohti löytyä erilaisia raja-arvoja? Ohje: Samoin kuin edellisessä tehtävässä.
9. Määritellään funktio $f(x, y, z) = \cos(xy^2z^3)$. Laske osittaisderivaatat $\frac{\partial f}{\partial x}$, $\frac{\partial f}{\partial y}$ ja $\frac{\partial f}{\partial z}$.