

Insinöörimatematiikka: Differentiaali- ja integraalilaskenta 2022

Demonstraatio 2, 4.10.2022

1. Määritä derivaattafunktio $f'(x)$, kun $f(x) = 2 \sin x \cos x$.
2. Määritä funktiolle $f(x) = \sqrt{x}$ derivaatta suoraan derivaatan määritelmään nojautuen. Ohje: Etsi sopiva laventaja erotusosamäärän lausekkeelle.
3. Olkoon $f(x) = x \sin \frac{1}{x}$. Etsi $f'(x)$ kun $x \neq 0$.
4. Olkoon f kuten edellisessä tehtävässä. Onko $f'(0)$ olemassa?
5. Selvitä funktion $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$ derivaattafunktio käyttämällä osamäärän derivoimisääntöä. Vastaus: $D \tan x = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \tan^2 x$, mutta miten?
6. Käytetään funktion $f : (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \tan x$ käänteisfunktioista merkintää $\arctan$. Sovella yhtälöön

$$\arctan(\tan x) = x$$

ketjusääntöä, merkitse $y = \tan x$ ja päätele mitä on $D \arctan y$.

7. Olkoon $a > 0$ ja merkitään $C = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{a^h - 1}{h}$. Osoita suoraan derivaatan määritelmään perustuen, että

$$\frac{d}{dx} a^x = C \cdot a^x.$$

Ohje: Käytä erotusosamäärää.

8. Yhtälö

$$x^2 + 5xy - 6xy^2 + 2y^3 = 16$$

määrittelee jossakin pisteen $(x, y) = (1, 3)$ ympäristössä derivoituvan funktion $y = f(x)$. Totea että piste $(1, 3)$ kuuluu käyrälle ja määritä $f'(1)$.

9. Parametrimuoto $\{(2t^3 - 3t + 5, t^2 + 2) \mid t \in \mathbb{R}\}$ määrittelee jossakin pisteen $(x, y) = (4, 3)$ ympäristössä derivoituvan funktion $y = f(x)$. Määritä $f'(4)$.