

Insinöörimatematiikka: Differentiaali- ja integraalilaskenta 2022

Demonstraatio 3, 11.10.2022

1. Olkoon $f(x) = x^3 + x + 1$. Perustele miksi $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ on bijektio. Määritä $Df^{-1}(-2)$. Ohje: Käytä käänteisfunktion derivointisääntöä. On selvítettävä sellainen x , jolla $f(x) = -2$ (miksi?) Kokeile joitain lukuarvoja tämän yhtälön ratkaisemiseksi.
2. Määritä $\int x \cos x \, dx$. Ohje: Osittaisintegrointi.
3. Määritä $\int x \ln x \, dx$. Ohje: Osittaisintegrointi.
4. Määritä $\int \sin^2 x \, dx$. Ohje: Käytä sopivaa trigonometrista kaavaa jos et parempaa keinoa keksi.
5. Määritä $\int \sqrt{1-x^2} \, dx$ käyttämällä sijoitusta $x = \cos t$.
6. Määritä $\int \tan x \, dx$. Ohje: $\tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$. Mieti miten osoittaja saadaan nimittäjästä differentiaalilaskennan keinoin.
7. Määritä $\int \frac{3x-1}{(x-2)(x+3)} \, dx$. Ohje: Etsi aluksi sellaiset luvut A ja B että

$$\frac{3x-1}{(x-2)(x+3)} = \frac{A}{x-2} + \frac{B}{x+3}.$$

Käytä tämän jälkeen luennolla mainittuja sääntöjä antiderivaatan löytämiseksi.

8. Määritä raja-arvo $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x^2) - 1}{x^4}$. Ohje: L'Hospitalin sääntö.
9. Etsi differentiaaliyhtälölle $y' = 3y$ ratkaisu, jolle $y(0) = 1$.
10. Käytä Newtonin menetelmää yhtälön $x^3 + x + 1 = 0$ likimääräisen ratkaisun löytämiseksi sellaisella tarkkudella, jossa vaikuttaa olevan 8 desimaalia oikein. Ohje: Valitse alkuarvo siten, että se vaikuttaisi olevan lähellä nollakohtaa.