

Insinöörimatematiikka: Differentiaaliyhtälöt

Demonstraatio 1, 14.2.2023

1. Etsi differentiaaliyhtälön $y'' = x^2 - x + 1$ kaikki ratkaisut ja sellainen ratkaisu, että $y(0) = 1$ ja $y'(0) = 2$.
2. Etsi differentiaaliyhtälön $y'' - 3y' + 2y = 0$ kaikki ratkaisut ja sellainen ratkaisu, että $y(0) = -1$, ja $y'(0) = 1$.
3. Etsi differentiaaliyhtälön $y'' + 9y = 0$ kaikki ratkaisut.
4. Etsi differentiaaliyhtälön $y'' - 4y' + 13y = 0$ kaikki ratkaisut. Esitä ne sekä kompleksisessa että reaalisessa muodossa.
5. Etsi differentiaaliyhtälölle

$$y'' - 6y' + 9y = e^{3t} + 9t^2 - 3t + 5$$

jokin yksittäinen ratkaisu käyttämällä luennolla esitettyä yritemenetelmää.

6. Olkoot $y(0) = y'(0) = 0$. Merkitse $Y = Y(s) = \mathcal{L}[y(t)](s)$ ja laske Laplace-muunnokset edellisen tehtävän differentiaaliyhtälöstä puolin ja toisin. Käytä kurssin verkkosivulta löytyvää taulukkoa.
7. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y'' - 6y' + 9y = e^{3t}$$

käyttämällä Laplace-muunnoksia ja alkuehtoja $y(0) = y'(0) = 0$. Ohje: Selvitä lopuksi miten polynomi $s^2 - 6s + 9$ jakautuu tekijöihin.

8. Polynomilla $x^3 - 7x + 6$ on nollakohta $x = 1$. Päätele tästä millaisella ensimmäisen asteen polynomilla tämä on jaollinen. Suorita jako jakokulmassa ja etsi polynomin muut nollakohdat.
9. Selvitä $\gcd(x^3 - 7x + 6, x^2 - 6x + 9)$ käyttämällä aiemmissa tehtävissä esiintyneitä tekijöihinjakoja. (gcd: greatest common divisor, suomeksi suurin yhteinen tekijä).