

Insinöörimatematiikka: Diskreetti matematiikka

Demonstraatio 4, 14.3.2023

1. Oletetaan että Boolean algebrassa $a \vee b = \top$, $a \wedge b = \perp$, $a \vee c = \top$ ja $a \wedge c = \perp$. Osoita, että näistä oletuksista seuraa $b = c$.

2. Kirjoita kaava

$$(x_1 \wedge x_2) \vee ((x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \vee x_3))$$

mahdollisimman yksinkertaiseen ekvivalenttiin muotoon käyttämällä Boolean algebran ominaisuuksia.

3. Määritellään lyhennysmerkintä $x \rightarrow y$ kaavana $\neg x \vee y$. Käytä Boolean algebran ominaisuuksia ja sievennä kaava $(x \wedge (x \rightarrow y)) \rightarrow y$ mahdollisimman yksinkertaiseen muotoon.
4. Kirjoita vierusmatriisi luentoruudun 8/8 esimerkille, numeroiden kaupungin etelästä pohjoiseen.
5. Kirjoita luentoruudun 8/8 esimerkistä 3×3 vierusmatriisi, jossa rajoitautetaan kaupunkeihin Turku, Tampere, Vaasa. Käytä numerointia pohjoisesta etelään ja laske vierusmatriisin toinen potenssi A^2 .
6. Laske edellisen tehtävän vierusmatriisin toinen potenssi käyttämällä uusia kertoja yhteenlaskuja, jotka ovat määritelty demotehtävässä 3/28.2 (demo 3).
7. Todista induktiolla, että mikäli yksinkertainen (ei useita viivoja pisteiden välillä) graafi on puu, on $|V| = |E| + 1$, missä $|V|$ on graafin pisteiden ja $|E|$ viivojen määrä.
8. Olkoon

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Piirrä jokin suunnattu graafi, jonka vierusmatriisi A on.

9. Laske edellisen tehtävän graafille 2, 3, ja 4-pituisten polkujen lukumäärä pisteestä 1 pisteeseen 2. Pisteet numeroidaan edellisen tehtävän matriisin sarakkeiden mukaan.