

Insinöörimatematiikka: Matematiikan perustiedot 2022

Demonstraatio 3, 20.9.2022

1. Ratkaise epäyhtälö $2^x + 2^{x+1} > 192$.
2. Arvioi kuinka monta numeroa tarvitaan kun 2^{2022} kirjoitetaan kymmenjärjestelmässä. Ohje: Mieti ensin mitä ovat $\log_{10} 10$, $\log_{10} 100$, $\log_{10} 1000$, jne. Miten luvun kymmenkantainen logaritmi liittyy kymmenjärjestelmäesityksen numeroiden määrään?
3. Tiedetään, että $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$. Selvitä kaikki yhtälön $\sin x = \frac{1}{2}$ ratkaisut. Ohje: Käytä yksikköympyrää ja sinifunktion jaksollisuutta.
4. Tiedetään, että $\alpha \in [0, \pi]$ ja että $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Mikä on $\sin \alpha$:n tarkka arvo? Entä kulman α likiarvo? Ohje: Käytä aluksi yhtälöä $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ ja yksikköympyrää.
5. Käytä taulukkokirjasta tai Wikipediasta löytyviä trigonometrisia kaavoja ja sievennä

$$\sqrt{(\cos 2x - 1)^2 + (\sin 2x)^2}$$

niin yksinkertaiseksi kuin mahdollista. Tavoite: $2|\sin x|$.

Huom: Seuraavissa tehtävissä i tarkoittaa imaginaariyksikköä

6. Sievennä $(5 + i)(4 - 3i)$, $(-2 + 3i)\overline{6 - 5i}$ ja $\frac{2 - 3i}{5 - 2i}$.
7. Etsi kaikki yhtälön $z^2 - 6z + 13 = 0$ ratkaisut.
8. Etsi napakoordinaattiesitys luvulle $-1 + i\sqrt{3}$.
9. Määritä kaikki kompleksisen logaritmin $\text{Log}(-1 + i\sqrt{3})$ arvot.
10. Määritä potenssin $i^{\frac{1}{2}}$ kaikki arvot.
11. Laske kertolasku $(z - 1)(z^2 + z + 1)$ ja etsi sen perusteella kaikki yhtälön $z^3 - 1 = 0$ ratkaisut.
12. Etsi kaikki yhtälön $z^3 - 3z^2 + 3z - 2 = 0$ kaikki ratkaisut. Esitä ne muodossa, joista käy ilmi reaali- ja imaginaariosat. Ohje: Käytä binomikaavaa, merkitse $w = z - 1$ ja ratkaise ensin w .