

Insinöörimatematiikka: Todennäköisyyslaskenta

Demonstraatio 1, 17.1.2023

1. Mikä on todennäköisyys sille, että kahta tavallista noppaa heittämällä saadaan yhteenlaskettuna pariton silmäluku joka ei ylitä lukua 9?
2. Tikkataulun säde on 20 cm ja sen keskustan säde on 1 cm. Jos heitetty tikka osuu mihin tahansa kohtaan taulua yhtä todennäköisesti, mikä on todennäköisyys osua keskustaan?
3. Mikä on todennäköisyys sille, että kahta noppaa heittämällä saadaan silmäluvuksi korkeintaan 8, kun tiedetään että silmäluku on parillinen?

Parempi muotoilu ja ohje, lisätty 12.1.: Jos kahden nopan heitossa saadaan pariton silmälukujen summa, jätetään heitto huomiotta ja heitetään uudestaan. Mikä on todennäköisyys sille, että huomioon otetussa heitossa saadaan silmälukujen summaksi korkeintaan 8?

Ohje: käytä otosavaruutena sellaista osajoukkoa, jossa silmälukujen summa on parillinen.

4. Selvitä miten todennäköisyyden aksioomista seuraa, että $\mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$ ja että $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$. Ohje: Huomaa että $\Omega = A \cup \overline{A}$ ja että $A \cap \overline{A} = \emptyset$.
5. Korttipakassa on 52 korttia. Kuinka monella eri tavalla voidaan pakka järjestää?
6. Korttipakan korteista neljä on ässiä. Kuinka monella eri tavalla korttipakka voidaan järjestää siten, että kaikki ässät ovat peräkkäin? Ohje: Kuinka monella eri tavalla voidaan järjestää ässät? Entä loput kortit? Entä kuinka monella tavalla voidaan ässät sijoittaa pakkaan peräkkäin?
7. Mikä on todennäköisyys sille, että sekoitetussa korttipakassa ässät ovat peräkkäin, kun oletetaan, että kaikki järjestykset ovat yhtä todennäköisiä?
8. Korissa on 30 palloa, 10 mustaa ja 20 valkoista. Korista nostetaan umpimähkään 9 palloa. Millä todennäköisyydellä saadaan 6 mustaa ja 3 valkoista palloa? Entä 3 mustaa ja 6 valkoista?
9. $\mathbb{P}(A) = \frac{1}{6}$, $\mathbb{P}(B) = \frac{1}{3}$ ja $\mathbb{P}(A \cup B) = \frac{1}{3}$. Ovatko tapaukset A ja B toisensa poissulkevat?