

Insinöörimatematiikka: Todennäköisyyslaskenta

Demonstraatio 2, 24.1.2023

1. Kahden nopan heitossa hylätään silmäluvut joiden summa on suurempi kuin 10 ja heitetään uudelleen. Mikä on todennäköisyys sille, että silmälukujen summana saadaan 3? entä 6?
2. Satunnaisbittigeneraattori tuottaa bittejä riippumattomasti. Nolla ilmaantuu todennäköisyydellä p ja ykkönen todennäköisyydellä $q = 1 - p$. Kahden peräkkäisen bitin jono hylätään, jos se on 00 tai 11, ja hyväksytään muutoin. Mikä tällöin on todennäköisyys, että saadaan jono 01?
3. 30% sadepäivistä alkaa pilvisellä aamulla ja 15% kaikista päivistä alkaa pilvisellä aamulla. Kuitenkin vain 10% päivistä on sadepäiviä. Mikä on sateen todennäköisyys jos aamu on pilvinen?
Ohje: Käytä esim. symbolia S merkitsemään sadepäivää ja P merkitsemään pilvistä aamua. Kysytty todennäköisyys on tällöin $\mathbb{P}(S \mid P)$, ja tämän selvittämiseksi voi käyttää Bayesin lausetta.
4. Millainen esimerkin voit antaa tapahtumista A ja B jotka ovat riippumattomat, mutta eivät toisensa poissulkevat? Entä tapahtumista jotka ovat toisensa poissulkevat, mutta eivät riippumattomat?
5. Osoita, että $\mathbb{P}(A \setminus B) = \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(A \cap B)$. Ohje: $A = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$ ja $(A \cap B) \cap (A \setminus B) = \emptyset$ (miksi?).
6. Osoita, että jos A ja B ovat riippumattomat, niin myös A ja $\overline{B}$ ovat riippumattomat. Ohje: $A \cap \overline{B} = A \setminus B$ (miksi?).
7. Painotetun kolikon heitossa saadaan kruuna todennäköisyydellä $\frac{2}{3}$ ja klaava todennäköisyydellä $\frac{1}{3}$. Millä todennäköisyydellä saadaan klaava vasta kolmannella heitolla?
8. Olkoot todennäköisyydet kruunalle ja klaavalle samat kuin edellisessä tehtävässä. Mikä on todennäköisyys saada 7 klaavaa, kun kolikkoa heitetään 21 kertaa?
9. Olkoot todennäköisyydet kruunalle ja klaavalle samat kuin edellisessä tehtävässä. Kolikkoa heitetään kunnes on saatu tasan 7 klaavaa. Mikä on todennäköisyys sille, että tähän tarvitaan 21 heittoa?