

Insinöörimatematiikka: Todennäköisyyslaskenta

Demonstraatio 3, 31.1.2023

1. Olkoon X silmälukujen summa kahden nopan heitossa. Laske $\mathbb{E}(X^2)$ ja $\text{Var}(X)$.
2. Olkoon X jatkuva satunnaismuuttuja, jonka tiheysfunktio on

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{50}, & \text{kun } x \in [0, 10] \\ 0, & \text{muutoin} \end{cases}$$

Laske $\mathbb{E}(X)$, $\mathbb{E}(X^2)$ ja $\text{Var}(X)$.

3. Painotetulla kolikolla saadaan kruuna 70% ja klaava 30% todennäköisyydellä. Mikä on todennäköisyys että saadaan ainakin kolme kruunaa, kun kolikkoa heitetään 6 kertaa?
4. Eräällä asuinalueella 90%:lla kotitalouksista on laajakaistayhteys. Mikä on todennäköisyys sille, että kymmenestä kyselyyn valitusta kotitaloudesta vain seitsemällä on laajakaistayhteys?
5. Pankki kirjaa keskimäärin 45 yritystä maksukyvyttömäksi joka vuosi. Käytä Poissonin jakaumaa arvioidaksesi millä todennäköisyydellä pankki kirjaa jonkin kuukauden aikana vähintään 5 yritystä maksukyvyttömäksi.
6. Kaivovettä pidetään juomakelpoisena, mikäli kolibakteereja esiintyy korkeintaan 100 pmy/100 ml.¹ Jos 10 ml näytteestä löytyy 14 pmy kolibakteeria, mikä on todennäköisyys sille, että kaivovesi on juomakelpoista? Käytä Poissonin jakaumaa arviointiin.

Selvennys, lisätty 26.1.: Tehtävässä voidaan selvittää, mikä on todennäköisyys sille että kolibakteereja esiintyy tasan 100 pmy/100 ml.

7. Yrityksen asiakaspalveluun saapuu puhelu keskimäärin joka 8. minuutti, ja puhelujen väliajat noudattavat eksponenttijakaumaa. Määritä parametri v tiheysfunktioille $f(t) = ve^{-vt}$ kun ajan yksikkönä käytetään minuuttia. Selvitä mikä on Mikä on todennäköisyys sille, että äsken saapuneen puhelun jälkeen seuraava saapuu aikaisintaan 10 minuutin päästä?
8. Olkoot parametrit kuten edellisessä tehtävässä. Jos aiempi puhelu saapui 4 minuuttia sitten, mikä on todennäköisyys sille, että seuraava saapuu aikaisintaan 12 minuutin päästä?
9. Pienessä apteekissa on vain kaksi palvelutiskiä. Asiakkaan tullessa apteekkiin molemmilla tiskeillä on jo aiemmin saapunut asiakas, mutta ei muita jonottamassa. Millä todennäköisyydellä viimeksi saapunut asiakas poistuu apteekista myöhemmin kuin molemmat aiemmin tulleet, kun oletetaan, että asiointiaika noudattaa eksponenttijakaumaa?

¹pmy=pesäkettä muodostava yksikkö