

Insinöörimatematiikka: Usean muuttujan funktiot 2

Demonstraatio 3, 9.5.2023

1. Laske kartion $x^2 + y^2 = z^2$ sen osan ala, joka on ympyrän $(x - 1)^2 + y^2 \leq 1$ yläpuolella.
2. Laske vektorikentän $(2x, y^2, z^2)$ pintaintegraali yli yksikköpallon $\{x^2 + y^2 + z^2 = 1\}$ pinnan. Ohje: Käytä divergenssilauseetta.
3. Laske vektorikentän (x^2, y^2, x^2) pintaintegraali yli kappaleen $\{(x, y, z) \in [0, 3] \times [-2, 2] \times [0, 2\pi]\}$. Ohje: Käytä divergenssilauseetta.
4. Olkoon S origokeskinen r -säteinen ympyräpinta. Oletetaan, että tämän pinnan sisällä oleva kokonaisvaraus on Q , jolloin Maxwellin yhtälöiden mukaan pitäisi olla

$$\int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon_0},$$

missä ϵ_0 on vakio ja $\mathbf{E}$ on sähkökenttä. Millainen on sähkökentän $\mathbf{E}$ lauseke?

Ohje: Integrandi $\mathbf{E}(\mathbf{r})$ on vakio, kun $\mathbf{r}$ edustaa etäisyyttä origosta.