

Insinöörimatematiikka: Differentiaaliyhtälöt

Demonstraatio 1, 15.2.2024

1. Etsi differentiaaliyhtälön $y'' = 3x^2 - 2x + 4$ kaikki ratkaisut ja sellainen ratkaisu, että $y(0) = 0$ ja $y'(0) = 0$.
2. Etsi kaikki sellaiset funktiot, jotka toteuttavat differentiaaliyhtälön $y'' = y$. Esitä ratkaisut sekä reaaliosassa että kompleksiosassa muodossa.
3. Etsi kaikki sellaiset funktiot, jotka toteuttavat differentiaaliyhtälön $y''' = y$. Esitä ratkaisut sekä reaaliosassa että kompleksiosassa muodossa.
4. Etsi differentiaaliyhtälön $y'' - 4y' + 4y = 0$ kaikki ratkaisut.
5. Etsi differentiaaliyhtälölle $y'' + 4y' + 4 = e^{2x} + 4x + 1$ kaikki ratkaisut. Käytä luennolla esittämää yritemenetelmää yksittäisratkaisun löytämiseksi.
6. Olkoot $y(0) = y'(0) = 1$. Merkitse $Y = Y(s) = \mathcal{L}[y(t)](s)$ ja laske Laplace-muunnokset edellisen tehtävän differentiaaliyhtälöstä puolin ja toisin. Käytä kurssin verkkosivulta löytyvää taulukkoa.
7. Ratkaise differentiaaliyhtälö

$$y'' - 6y' + 9y = e^{3t}$$

käyttämällä Laplace-muunnoksia ja alkuehtoja $y(0) = y'(0) = 0$. Ohje: Selvitä miten polynomi $s^2 - 6s + 9$ jakautuu tekijöihin.

8. Polynomilla $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ on nollakohta $x = -1$. Päättele tästä millaisella ensimmäisen asteen polynomilla tämä on jaollinen (millaisella 1. asteen polynomilla on nollakohta -1 ?). Suorita jako jakokulmassa ja etsi polynomin muut nollakohdat.
9. Selvitä $\gcd(x^3 + 2x^2 - 5x - 6, x^2 + 4x + 3)$ käyttämällä aiemmassa tehtävässä esiintynyttä tekijöihinjakoa sekä jakamalla myös toinen polynomi tekijöihin. Tekijöihinjakoa varten kannattaa etsiä nollakohdat. (gcd: greatest common divisor, suomeksi suurin yhteinen tekijä).