

Insinöörimatematiikka: Lineaarialgebra 2023

Demonstraatio 1, 7.11.2023

1. Selvitä onko vektoreiden $\mathbf{v}_1 = (2, -1)$ ja $\mathbf{v}_2 = (1, 3)$ avulla (lineaarikombinaationa) mahdollista muodostaa vektori $(-4, 9)$?
2. Selvitä onko vektoreiden $\mathbf{v}_1 = (1, 2, -2)$ ja $\mathbf{v}_2 = (-1, 2, 3)$ avulla (lineaarikombinaationa) mahdollista muodostaa vektori $(1, 2, 0)$?
3. Määritellään joukko $A \subseteq \mathbb{R}^2$ seuraavasti: $A = \{(x, y) \mid x = t^2, y = t^3 \mid t \in \mathbb{R}\}$. Selvitä onko A vektoriavaruuden \mathbb{R}^2 aliavaruus. Ohje: On selvitettävä kuuluuko joukon A alkioiden summa sekä skalaarimonikerta joukkoon A .
4. Määritellään joukko $A \subseteq \mathbb{R}^2$ seuraavasti: $A = \{(x, y) \mid 3x + 5y = 0\}$. Selvitä onko A vektoriavaruuden \mathbb{R}^2 aliavaruus. Ohje: Samoin kuin edellisessä tehtävässä.
5. Selvitä onko vektoreiden $\mathbf{v}_1 = (1, 1)$, $\mathbf{v}_2 = (1, -1)$ ja $\mathbf{v}_3 = (1, -5)$ avulla saada (lineaarikombinaationa) vektoria $(2, -4)$ jopa kahdella eri tavalla? Muodostavatko vektorit \mathbf{v}_1 , \mathbf{v}_2 ja \mathbf{v}_3 lineaarisesti riippumattoman joukon?
6. Miksi $B = \{\mathbf{i} + \mathbf{j}, \mathbf{i} - \mathbf{j}\}$ on avaruuden \mathbb{R}^2 kanta? Esitä vektori $(4, -1)$ tämän kannan avulla. Ohje jälkimmäiseen tehtävään: Etsi sellaiset luvut c_1 ja c_2 , että

$$(4, -1) = c_1(\mathbf{i} + \mathbf{j}) + c_2(\mathbf{i} - \mathbf{j}).$$

Ota huomioon, että $\mathbf{i} + \mathbf{j} = (1, 1)$ ja $\mathbf{i} - \mathbf{j} = (1, -1)$.

7. Valitaan kantapolynomeiksi 1 , x , $x(x-1)$ ja $x(x-1)(x-2)$. Etsi polynomille $x^3 + 2x^2 - 4x - 2$ esitys valittujen kantapolynomien avulla. Ohje: On löydettävä sellaiset luvut c_0 , c_1 , c_2 ja c_3 , että

$$x^3 + 2x^2 - 4x - 2 = c_0 \cdot 1 + c_1 \cdot x + c_2 \cdot x(x-1) + c_3 \cdot x(x-1)(x-2).$$

8. Mikä on yhtälöparin

$$\begin{cases} x + 2y = -1 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$$

kerroinmatriisi? Entä augmentoitu matriisi? Saata augmentoitu matriisi redusoituun porrasmuotoon ja totea tästä yhtälöparin ratkaisut.

9. Mikä on yhtälöryhmän

$$\begin{cases} x + y + 2z = 1 \\ -x + z = -3 \\ 2x + y + z = 4 \end{cases}$$

kerroinmatriisi? Entä augmentoitu matriisi? Saata augmentoitu matriisi redusoituun porrasmuotoon ja esitä yhtälöryhmän ratkaisut muodossa

$$z\mathbf{a} + \mathbf{b},$$

missä $z \in \mathbb{R}$ ja $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$.