

Insinöörimatematiikka: Todennäköisyyslaskenta

Demonstraatio 1, 18.1.2024

1. Mikä on todennäköisyys sille, että kahta tavallista noppaa heittämällä saadaan yhteenlaskettuna parillinen silmäluku joka on korkeintaan 8?
2. Elokuva kestää kaksi ja puoli tuntia. Sen aikana on kuusi 5 minuutin mainoskatkoa. Puhelin soi kaikkina ajanhetkinä yhtä todennäköisesti. Millä todennäköisyydellä se soi mainoskatkon aikana?
3. Tikkataulu on ympyrän muotoinen. Oletetaan että tikka osuu taulun kaikkiin kohtiin yhtä todennäköisesti. Millä todennäköisyydellä tikka osuu lähemmäs taulun keskipistettä kuin reunaa?
4. Mikä on todennäköisyys sille, että sekoitetussa korttipakassa kuninkaas ovat peräkkäin, kun oletetaan, että kaikki järjestykset ovat yhtä todennäköisiä?
5. Kahden nopan heitossa hylätään ne, joissa silmälukujen summa on suurempi kuin 8 ja heitetään uudelleen. Mikä on todennäköisyys sille, että silmälukujen summana saadaan 2? entä 3? entä 4?
6. Korissa on 40 palloa, 10 mustaa ja 30 valkoista. Korista nostetaan umpimähkään 8 palloa. Millä todennäköisyydellä saadaan 2 mustaa ja 6 valkoista palloa? Entä 6 mustaa ja 2 valkoista?
7. Satunnaisbittigeneraattori tuottaa bittejä riippumattomasti. Nolla ilmaantuu todennäköisyydellä p ja ykkönen todennäköisyydellä $q = 1 - p$. Kahden peräkkäisen bitin jono hylätään, jos se on 00 tai 11, ja hyväksytään muutoin. Mikä tällöin on todennäköisyys, että saadaan jono 01?
8. 40% sadepäivistä alkaa pilvisellä aamulla ja 20% kaikista päivistä alkaa pilvisellä aamulla. Kuitenkin vain 15% päivistä on sadepäiviä. Mikä on sateen todennäköisyys jos aamu on pilvinen?
Ohje: Käytä esim. symbolia S merkitsemään sadepäivää ja P merkitsemään pilvistä aamua. Kysytty todennäköisyys on tällöin $\mathbb{P}(S | P)$, ja tämän selvittämiseksi voi käyttää Bayesin lausetta.
9. Tapahtumat A ja B ovat toisensa poissulkevat, jos $A \cap B = \emptyset$. Tapahtumat A ja B ovat toisistaan riippumattomat, jos $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$. Esitä joku esimerkki tapahtumista A ja B jotka ovat toisensa poissulkevat, mutta eivät riippumattomat. Esitä myös esimerkki tapahtumista A ja B , jotka ovat riippumattomat, mutta eivät toisensa poissulkevat.