

# Insinöörimatematiikka: Todennäköisyyslaskenta

## Demonstraatio 2, 25.1.2024

1. Kalle tulee töihin kävellen 10%, pyörällä 70% ja bussilla 20% todennäköisyydellä. Kävellen tullessa hän on myöhässä 5% todennäköisyydellä, pyörällä tullessa 3% todennäköisyydellä, ja bussilla kulkiessa 7% todennäköisyydellä. Laske todennäköisyys sille, että Kalle myöhästyy töistä.

Ohje: Käytä kokonaistodennäköisyyden kaavaa.

2. Kalle myöhästyi töistä eräänä aamuna. Millä todennäköisyydellä Kalle tuli töihin bussilla? Entä millä todennäköisyydellä hän tuli pyörällä?

Ohje: Käytä Bayesin kaavaa ja edellisen tehtävän tulosta.

3. Osoita, että  $\mathbb{P}(A \setminus B) = \mathbb{P}(A) - \mathbb{P}(A \cap B)$ . Ohje:  $A = (A \cap B) \cup (A \setminus B)$  ja  $(A \cap B) \cap (A \setminus B) = \emptyset$  (miksi?). Vennin diagrammi riittää.

4. Osoita, että jos  $A$  ja  $B$  ovat riippumattomat, niin myös  $A$  ja  $\overline{B}$  ovat riippumattomat. Ohje:  $A \cap \overline{B} = A \setminus B$  (miksi?). Vennin diagrammi riittää.

5. Painotetun kolikon heitossa saadaan kruuna todennäköisyydellä  $\frac{3}{4}$  ja klaava todennäköisyydellä  $\frac{1}{4}$ . Millä todennäköisyydellä saadaan klaava vasta neljännellä heitolla?

6. Olkoot todennäköisyydet kruunalle ja klaavalle samat kuin edellisessä tehtävässä. Mikä on todennäköisyys saada 6 klaavaa, kun kolikkoa heitetään 24 kertaa?

7. Olkoot todennäköisyydet kruunalle ja klaavalle samat kuin edellisessä tehtävässä. Kolikkoa heitetään kunnes on saatu tasan 6 klaavaa. Mikä on todennäköisyys sille, että tähän tarvitaan 24 heittoa?

8. Olkoon  $n > 0$ . Määritellään funktio  $f(x)$  seuraavasti:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{jos } x < 0 \\ \frac{1}{n} & \text{jos } 0 \leq x \leq n \\ 0 & \text{jos } x > n. \end{cases}$$

Piirrä funktion  $f(x)$  kuvaaja ja totea että se on (jatkuva) todennäköisyysjakauma. Laske tätä todennäköisyysjakaumaa noudattavan satunnaismuuttujan odotusarvo ja varianssi.

9. Eräällä asuinalueella 95%:lla kotitalouksista on laajakaistayhteys. Mikä on todennäköisyys sille, että 20:stä kyselyyn valitusta kotitaloudesta vain 15 on laajakaistayhteys? Ohje: Binomijakauma.