

# Insinöörimatematiikka: Lineaarialgebra 2024

## Demonstraatio 1, 14.11.2024

Älä käytä tehtävissä tekoälyä vaan omaasi

1. Selvitä onko vektoreiden  $\mathbf{v}_1 = (2, 1)$  ja  $\mathbf{v}_2 = (3, -1)$  avulla (linearikombinaationa) mahdollista muodostaa vektori  $(-3, 6)$ ?
2. Selvitä onko vektoreiden  $\mathbf{v}_1 = (1, 0, 1)$  ja  $\mathbf{v}_2 = (-1, 2, -1)$  avulla (linearikombinaationa) mahdollista muodostaa vektori  $(1, 2, 3)$ ?
3. Määritellään joukko  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  seuraavasti:  $A = \{(x, y) \mid y = x^2\}$ . Selvitä onko  $A$  vektoriavaruuden  $\mathbb{R}^2$  aliavaruus. Ohje: On selvitettävä kuuluuko joukon  $A$  alkioiden summa sekä skalaarimonikerta joukkoon  $A$ .
4. Määritellään joukko  $A \subseteq \mathbb{R}^2$  seuraavasti:  $A = \{(x, y) \mid 2x - 3y = 0\}$ . Selvitä onko  $A$  vektoriavaruuden  $\mathbb{R}^2$  aliavaruus. Ohje: Samoin kuin edellisessä tehtävässä.
5. Selvitä onko vektoreiden  $\mathbf{v}_1 = (1, -1)$ ,  $\mathbf{v}_2 = (2, 1)$  ja  $\mathbf{v}_3 = (1, 3)$  avulla saada (linearikombinaationa) vektori  $(1, 2)$  jopa kahdella eri tavalla? Muodostavatko vektorit  $\mathbf{v}_1$ ,  $\mathbf{v}_2$  ja  $\mathbf{v}_3$  lineaarisesti riippumattoman joukon?
6. Miksi  $B = \{\mathbf{i} + \mathbf{j}, \mathbf{i} - \mathbf{j}\}$  on avaruuden  $\mathbb{R}^2$  kanta? Esitä vektori  $(-1, 5)$  tämän kannan avulla. Ohje jälkimmäiseen tehtävään: Etsi sellaiset luvut  $c_1$  ja  $c_2$ , että

$$(-1, 5) = c_1(\mathbf{i} + \mathbf{j}) + c_2(\mathbf{i} - \mathbf{j}).$$

Ota huomioon, että  $\mathbf{i} + \mathbf{j} = (1, 1)$  ja  $\mathbf{i} - \mathbf{j} = (1, -1)$ .

7. Valitaan kantapolynomeiksi  $1$ ,  $x$ ,  $x(x-1)$  ja  $x(x-1)(x-2)$ . Etsi polynomille  $2x^3 - x^2 + x - 1$  esitys valittujen kantapolynomien avulla. Ohje: On löydettävä sellaiset luvut  $c_0$ ,  $c_1$ ,  $c_2$  ja  $c_3$ , että

$$2x^3 - x^2 + x - 1 = c_0 \cdot 1 + c_1 \cdot x + c_2 \cdot x(x-1) + c_3 \cdot x(x-1)(x-2).$$

8. Mikä on yhtälöparin

$$\begin{cases} -2x - y = -2 \\ 3x + y = 3 \end{cases}$$

kerroinmatriisi? Entä augmentoitu matriisi? Saata augmentoitu matriisi redusoituu porrasmuotoon ja totea tästä yhtälöparin ratkaisut.

9. Mikä on yhtälöryhmän

$$\begin{cases} -x - 2y + 2z = -1 \\ 3x + y = -2 \\ -x - y + z = 3 \end{cases}$$

kerroinmatriisi? Entä augmentoitu matriisi? Saata augmentoitu matriisi redusoituu porrasmuotoon ja esitä yhtälöryhmän ratkaisut muodossa

$$z\mathbf{a} + \mathbf{b},$$

missä  $z \in \mathbb{R}$  ja  $\mathbf{a}, \mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$ .