

Insinöörimatematiikka: Matematiikan perustiedot 2024

Demonstraatio 2, 19.9.2024

1. Perustele reaaliukujen kunta- ja järjestysaksioomiin nojautuen, että $1 > 0$.
Vihje: On mahdollista turvautua vastaoletukseen jonka mukaan $1 < 0$ ja johtaa tästä ristiriita.
2. Selvitä reaaliukujen aksioomiin perustuen, miksi $(-1)a = -a$ aina kun $a \in \mathbb{R}$,
Vihje: Koska on jo todettu, että vastaluku on yksikäsitteinen, riittää osoittaa että $(-1)a$ on luvun a vastaluku. Tämä voidaan osoittaa toteamalla että näiden lukujen summa on 0.
3. Oletetaan, että $x > 1$. Selitä miksi tällöin $x^2 > x$, $x^3 > x^2$, $x^4 > x^3$, jne.
4. Perustele niin yksinkertaisesti kuin mahdollista, että kunhan $x \geq 10$, on $x^3 - x^2 \geq \frac{9}{10}x^3$. Vihje: $x^3 - x^2 = x^3(1 - \frac{1}{x})$. Kuinka suuri ehdon $x \geq 10$ vallitessa lauseke $1 - \frac{1}{x}$ voi vähintään olla?
5. Oletetaan, että $d(a, c) < 0,02$ ja $d(b, d) < 0,04$. Esitä jokin arvio etäisyydelle $d(a + b, c + d)$. Ohje: viime viikon luentoruudut.
6. Oletetaan, että $|a| \leq 20$ ja $|d| \leq 30$ ja että $d(a, c) \leq 0,02$ ja $d(b, d) \leq 0,05$. Esitä jokin arvio etäisyydelle $d(ab, cd)$. Ohje: viime viikon luentoruudut.
7. Olkoot $f(x) = x^2 + 3x + 1$ ja $g(x) = -x + 1$. Etsi lauseke funktioille $(f \circ g)(x)$ ja $(g \circ f)(x)$
8. Etsi sellaiset joukot A ja B , että

$$f : A \rightarrow B, f(x) = x^3 - 4x$$

on bijektio. Vihje: Selvitä kuvaajan kulku ja etsi aluksi jokin joukko jossa f on monotoninen.

9. Selvitä luennolla esitettyjen määritelmien perusteella mitä on $\sin \frac{\pi}{4}$. Vihje: Voit käyttää geometrista symmetriaa: $\frac{\pi}{4}$ jakaa suoran kulman kahtia, joten kyseisen kulman sini ja kosini ovat yhtä suuret. Sovella sen jälkeen Pythagoraan lausetta.