

Insinöörimatematiikka: Matematiikan perustiedot 2024

Demonstraatio 3, 26.9.2024

Huom: Vastaukset pitää perustella ilman matematiikkaohjelmia ja laskimia ellei toisin mainita. Älä käytä tekoälyä vaan omaasi.

1. Sievennä $(4 + 5i)(3 - 2i)$ ja $\operatorname{Re}\left(\frac{2 + 3i}{1 - 2i}\right)$.
2. Etsi kaikki yhtälön $z^2 - 4z + 5 = 0$ ratkaisut luento-esimerkin mukaisella tavalla.
3. Etsi napakoordinaattiesitys luvulle $-1 + i\sqrt{3}$.
4. Määritä kaikki kompleksisen logaritmin $\operatorname{Log}(-1 + i\sqrt{3})$ kaikki arvot.
5. Määritä potenssin $i^{\frac{1}{2}}$ kaikki arvot seuraavalla tavalla: Merkitse $z = x + iy$ ja yhtälössä $z^2 = i$ vertaa reaali- ja imaginaariosia, jolloin saat yhtälöparin. Ratkaise yhtälöpari.
6. Olkoon $a \in \mathbb{R}$. Määritä kaikki kompleksisen potenssin $(-a^2)^{\frac{1}{2}}$ arvot luento-esimerkin mukaisella tavalla.
7. Etsi yhtälön $z^3 - 3z^2 + 3z - 9 = 0$ kaikki ratkaisut. Ohje: Käytä binomikaavaa, merkitse $w = z - 1$ ja ratkaise ensin w .
8. Mikä on vialla seuraavassa päättelyssä:

$$-1 = i^2 = (\sqrt{-1})^2 = \sqrt{-1}\sqrt{-1} = \sqrt{(-1)^2} = \sqrt{1} = 1?$$

9. Määritä $\cos i$ käyttämällä luennolla esitettyä, Eulerin kaavaan perustuvaa kosinin määritelmää. Arvioi myös laskimella tai matematiikkaohjelmalla kuinka suuri $|\cos i|$ on.