

Insinöörimatematiikka: Todennäköisyyslaskenta

Demonstraatio 2, 30.1.2025

Älä käytä tehtävissä tekoälyä, vaan omaasi.

1. Veikkauskupongin jokaisella rivillä on kolme vaihtoehtoa: 1, X ja 2. Tomi täyttää kuponkia heittämällä kaksi kertaa kolikkoa, jolloin joka heitolla tulee joko kruuna (merkitään 0) tai klaava (merkitään 1), kumpikin todennäköisyydellä $\frac{1}{2}$. Mikäli heittotulos on 00, merkitsee Tomi kuponkiin 1, heittotuloksella 01 Tomi merkitsee X :n ja heittotuloksella 10 Tomi merkitsee 2:n. Jos kolikonheitto tuottaa tuloksen 11, Tomi ei kirjaa mitään, vaan heittää uudelleen. Saako Tomi tällä tavalla aikaan tasaisen todennäköisyysjakauman, jossa kukin tulos 1, X , tai 2 tulee merkityksi todennäköisyydellä $\frac{1}{3}$? Perustele vastauksesi.
2. Linda menee illalla elokuviin todennäköisyydellä 20%, diskoon todennäköisyydellä 70%, ja taidenäyttelyyn todennäköisyydellä 10%. Elokuvaan Linda on tyytyväinen 40% todennäköisyydellä, diskoon 60% todennäköisyydellä, ja taidenäyttelyyn 80% todennäköisyydellä.
Laske todennäköisyys sille, että Linda on illanviettoonsa tyytyväinen. Ohje: Käytä kokonaistodennäköisyyden kaavaa.
3. Linda oli tyytyväinen illanviettoonsa. Millä todennäköisyydellä hän kävi taidenäyttelyssä? Entä millä todennäköisyydellä hän kävi elokuvissa? Ohje: Käytä Bayesin kaavaa ja edellisen tehtävän tulosta.
4. Nopanheitossa saadaan 6 todennäköisyydellä $\frac{1}{6}$ ja muu silmäluku $\frac{5}{6}$. Millä todennäköisyydellä saadaan 6 vasta kuudennella heitolla?
5. Olkoot todennäköisyydet silmäluvulle 6 ja muille kuten edellisessä tehtävässä. Mikä on todennäköisyys saada tasan 4 kuutosta, kun noppaa heitetään 24 kertaa?
6. Olkoot todennäköisyydet silmäluvulle 6 ja muille kuten edellisessä tehtävässä. Noppaa heitetään, kunnes on saatu tasan 4 kuutosta. Mikä on todennäköisyys sille, että tähän tarvitaan 24 heittoa?
7. Olkoon $n > 0$. Määritellään funktio $f(x)$ seuraavasti:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{jos } x < 0 \\ \frac{1}{n} & \text{jos } 0 \leq x \leq n \\ 0 & \text{jos } x > n. \end{cases}$$

Piirrä funktion $f(x)$ kuvaaja ja totea että se on todennäköisyysjakauma. Laske tätä todennäköisyysjakaumaa noudattavan satunnaismuuttujan odotusarvo ja varianssi integraalilausekkeen avulla.

8. Erään asuinalueen äänestäjistä 60% kannattaa puoluetta A . Mikä on todennäköisyys sille, että 10:stä kyselyyn valitusta puoluetta A kannattaa 5, 6 tai 7? Ohje: Binomijakauma.
9. Pankki kirjaa keskimäärin 35 yritystä maksukyvyttömäksi joka vuosi. Käytä Poissonin jakaumaa arvioidaksesi millä todennäköisyydellä pankki kirjaa jonkin kuukauden aikana vähintään 4 yritystä maksukyvyttömäksi. Ohje: Oletetaan vuoden jakautuvan tasan 12 kuukauteen. Kuinka monta yritystä tällöin pankki kirjaa maksukyvyttömäksi keskimäärin per kuukausi?