

Insinöörimatematiikka: Differentiaaliyhtälöt

Demonstraatio 4, 12.3.2026

Älä käytä tehtävissä tekoälyä, vaan omaasi.

1. Etsi matriisin

$$A = \begin{pmatrix} -5 & 3 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$$

ominaisarvot ja -vektorit.

2. Olkoon A edellisen tehtävän matriisi ja $\mathbf{c} \in \mathbb{R}^2$. Esitä $e^{tA}\mathbf{c}$ muodossa $X(t)\mathbf{d}$, missä $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^2$. Ohje: Voit laskea eksponenttimatriisin e^{tA} , jolloin pyydetyssä esityksessä $X(t)$ on eksponenttimatriisi, tai käyttää luennoilla esitettyä, ominaisvektoreihin perustuvaa tapaa.

3. Etsi yleinen ratkaisu seuraavalle DY-parille ja sellainen ratkaisu, jolle $x(0) = 1$ ja $y(0) = 2$.

$$\begin{cases} x' &= -5x + 3y \\ y' &= -4x + 2y \end{cases}$$

4. Etsi jokin yksittäinen ratkaisu DY-parille

$$\begin{cases} x' &= -5x + 3y + t \\ y' &= -4x + 2y + t^2 \end{cases}$$

5. Etsi matriisin

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -4 \\ 9 & -8 \end{pmatrix}$$

ominaisarvot ja -vektorit.

6. Etsi yleinen ratkaisu DY-parille

$$\begin{cases} x' &= 4x - 4y \\ y' &= 9x - 8y \end{cases}$$

7. Olkoon x syöte ja y tuloste, joille pätee differentiaaliyhtälö

$$y'' + 3y' + 2y = x' + x$$

Määritä differentiaaliyhtälöllä kuvatun järjestelmän siirtofunktio.

8. Onko edellisen tehtävän järjestelmä stabiili?

9. Olkoon x syöte ja y tuloste, joille pätee differentiaaliyhtälö

$$y'' + y' - 2y = x' - x$$

Määritä differentiaaliyhtälöllä kuvatun järjestelmän siirtofunktio. Onko järjestelmä stabiili?