

Insinöörimatematiikka: Matematiikan perustiedot 2025

Demonstraatio 1, 11.9.2025

Huom: Vastaukset pitää perustella ilman matematiikkaohjelmia ellei toisin mainita. Älä käytä tekoälyä vaan omaasi.

Huom. Kolmessa ensimmäisessä tehtävässä on vapaus tulkita matemaattiset symbolit tavallisesta poikkeavalla tavalla.

1. Ilmaisen logiikan väittämä $x^2 = 4 \rightarrow (x = 2) \vee (x = -2)$ sanallisesti. Onko Tulkintaa, jossa väittämä on tosi? Entä sellaisia, jossa väittämä on epätosi? Esitä esimerkit jos niitä on.

2. Ilmaise logiikan väittämä

$$(\exists x)(\forall y)(y = x \cdot 2)$$

sanallisesti. Onko tulkintajoukkoja joissa väittämä on tosi? Entä sellaisia joissa väittämä on epätosi? Esitä esimerkit jos niitä on.

3. Ilmaise logiikan väittämä

$$(\forall x)(\forall y)(\forall z)(x + z = y + z \rightarrow x = y)$$

sanallisesti. Onko tulkintajoukkoja joissa väittämä on tosi? Entä sellaisia joissa väittämä on epätosi? Esitä esimerkit jos niitä on.

4. Esitä joukko $\{x \in \mathbb{Z} \mid -13 \leq x \leq 13 \wedge (\exists y \in \mathbb{Z})(x = 3y)\}$ luettelemalla sen alkioit.

5. Kirjoita summa

$$1 + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \dots + \frac{1}{10000}$$

käyttämällä $\sum$ -merkintää.

6. Kirjoita tulo

$$1 \cdot 3 \cdot 5 \cdot \dots \cdot 99$$

Käyttämällä $\prod$ -merkintää.

7. Mitä on summan

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$$

arvo kun $n > 0$? Vihje: Käytä laskinta tai jotain matematiikkaohjelmaa laskeaksesi summan muutamalla pienellä arvolla $n \in \mathbb{N}$ ja tee tämän perusteella arvaus summan arvosta. Osoita sen jälkeen kaava oikeaksi Newtonin binomikaavan avulla valitsemalla sopivat luvut a ja b .

8. Kirjoita riittävän monta riviä Pascalin kolmioon, ja sievennä sen avulla lauseke $(x + h)^5 - x^5$.

9. Millainen on se termi, joka sisältää termin x^{24} , kun lauseke

$$(x^4 - y^2)^{34}.$$

kirjoitetaan auki Newtonin binomikaavaa käyttäen?