

Insinöörimatematiikka: Todennäköisyyslaskenta

Demonstraatio 2, 29.1.2026

Älä käytä tehtävissä tekoälyä, vaan omaasi.

1. Muista, että tapahtumat A ja B ovat *toisensa poissulkevat*, jos $A \cap B = \emptyset$ ja että tapahtumat A ja B ovat (toisistaan) *riippumattomat*, jos $\mathbb{P}(A \cap B) = \mathbb{P}(A)\mathbb{P}(B)$. Esitä joku esimerkki tapahtumista A ja B jotka ovat toisensa poissulkevat, mutta eivät riippumattomat. Esitä myös esimerkki tapahtumista A ja B , jotka ovat riippumattomat, mutta eivät toisensa poissulkevat.

2. Lassi tulee töihin kävelen 15%, pyörällä 65% ja bussilla 20% todennäköisyydellä. Kävelen tullessa hän on myöhässä 5% todennäköisyydellä, pyörällä tullessa 10% todennäköisyydellä, ja bussilla kulkiessa 15% todennäköisyydellä. Laske todennäköisyys sille, että Lassi myöhästyy töistä.

Ohje: Käytä kokonaistodennäköisyyden kaavaa.

3. Lassi myöhästyi töistä eräänä aamuna. Millä todennäköisyydellä Lassi tuli töihin bussilla? Entä millä todennäköisyydellä hän tuli pyörällä?

Ohje: Käytä Bayesin kaavaa ja edellisen tehtävän tulosta.

4. 30% sadepäivistä alkaa pilvisellä aamulla ja 15% kaikista päivistä alkaa pilvisellä aamulla. Kuitenkin vain 10% päivistä on sadepäiviä. Mikä on sateen todennäköisyys jos aamu on pilvinen?

Ohje: Käytä esim. symbolia S merkitsemään sadepäivää ja P merkitsemään pilvistä aamua. Kysytty todennäköisyys on tällöin $\mathbb{P}(S \mid P)$, ja tämän selvittämiseksi voi käyttää Bayesin kaavaa.

5. Painotetun kolikon heitossa saadaan kruuna todennäköisyydellä $\frac{2}{3}$ ja klaava todennäköisyydellä $\frac{1}{3}$. Millä todennäköisyydellä saadaan klaava vasta kolmannella heitolla?

6. Olkoot todennäköisyydet kruunalle ja klaavalle samat kuin edellisessä tehtävässä. Mikä on todennäköisyys saada 7 klaavaa, kun kolikkoa heitetään 21 kertaa?

7. Olkoot todennäköisyydet kruunalle ja klaavalle samat kuin edellisessä tehtävässä. Kolikkoa heitetään kunnes on saatu tasan 7 klaavaa. Mikä on todennäköisyys sille, että tähän tarvitaan 21 heittoa?

8. Erään asuinalueen äänestäjistä 70% kannattaa puoluetta A . Mikä on todennäköisyys sille, että 20:stä kyselyyn valitusta puoluetta A kannattaa 13, 14 tai 15?

9. Olkoon $n > 0$. Määritellään funktio $f(x)$ seuraavasti:

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{jos } x < 0 \\ \frac{1}{n} & \text{jos } 0 \leq x \leq n \\ 0 & \text{jos } x > n. \end{cases}$$

Piirrä funktion $f(x)$ kuvaaja ja totea että se on todennäköisyysjakauma. Laske tätä todennäköisyysjakaumaa noudattavan satunnaismuuttujan odotusarvo ja varianssi integraalilausekkeen avulla.