

Insinöörimatematiikka: Usean muuttujan funktio 1

Mika Hirvensalo
mikhirve@utu.fi

Matematiikan ja tilastotieteen laitos
Turun yliopisto

2026

Ketjusääntö

$D(g \circ f) ?$

$$\begin{aligned} & g(f(\mathbf{x} + \mathbf{h})) - g(f(\mathbf{x})) \\ = & g(f(\mathbf{x} + \mathbf{h}) - f(\mathbf{x}) + f(\mathbf{x})) - g(f(\mathbf{x})) \\ \approx & g(f(\mathbf{x}) + Df(\mathbf{x})\mathbf{h}) - g(f(\mathbf{x})) \\ \approx & Dg(f(\mathbf{x}))Df(\mathbf{x})\mathbf{h} \end{aligned}$$

Ketjusääntö

$$D(g \circ f)(\mathbf{x}) = Dg(f(\mathbf{x})) \circ Df(\mathbf{x})$$

Jacobin matriiseille:

$$J_{g \circ f}(\mathbf{x}) = J_g(f(\mathbf{x}))J_f(\mathbf{x})$$

Esimerkki

Funktiolle $z(x, y)$ on

$$\frac{dz}{dt} = \frac{\partial z}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial t}$$

Esimerkki

Esimerkit 22–25, aaltoyhtälö