

Insinöörimatematiikka: Differentiaali- ja integraalilaskenta 2026

Demonstraatio 2, 8.10.2026

Huom: Vastaukset pitää perustella ilman matematiikkaohjelmia ellei toisin mainita. Älä käytä tekoälyä vaan omaasi.

1. Määritä $f'(x)$, kun $f(x) = 2x^3 + 4x^2 + 4$.
2. Määritä $f'(x)$, kun $f(x) = (5x + 2)(4x - 5)$.
3. Määritä $f'(x)$, kun $f(x) = \frac{2x-5}{6x+1}$.
4. Määritä $f'(x)$, kun $f(x) = (5x - 1)^5$.
5. Määritä $f'(x)$, kun $f(x) = \sqrt[5]{x}$.
6. Tässä ja seuraavassa tehtävässä voidaan olettaa tunnetuksi, että raja-arvoa $\lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{1}{x}$ ei ole olemassa (mieti miksi). Selvitä missä funktio $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x}, & \text{kun } x \neq 0 \\ 0, & \text{kun } x = 0 \end{cases}$ on derivoituva ja määritä derivaattafunktio.
7. Selvitä missä funktio $f(x) = \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & \text{kun } x \neq 0 \\ 0, & \text{kun } x = 0 \end{cases}$ on derivoituva ja määritä derivaattafunktio.
8. Olkoon $f(x, y) = x^2y + 2xy^2 + 3y^3 - 5$. Laske $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$, $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}$ ja $\frac{\partial^2 f}{\partial y \partial x}$.
9. Olkoon $f(x) = \frac{1}{1-x}$. Määritä $f^{(n)}(x)$ kun $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$.
10. Yhtälö $e^{xy} \ln \frac{x}{y} = x + \frac{1}{y}$ määrittelee jossakin pisteen $(e, \frac{1}{e})$ ympäristössä funktion f . Laske $f'(e)$.
11. Olkoon $A = \{(2 \cos t - \cos 2t, 2 \sin t - \sin 2t) \mid t \in [0, 2\pi]\} \subseteq \mathbb{R}^2$. Sopivasti pisteen $(\sqrt{2}, \sqrt{2} - 1)$ ympäristöön rajoittautumalla A :sta saadaan funktio f . Laske $f'(\sqrt{2})$.
12. Osoita, että $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x + 1$ on bijektio ja määritä $(f^{-1})'(4)$.
Ohje: Käytä käänteisfunktion derivointisääntöä. Ohje: Käytä käänteisfunktion derivointisääntöä. On selvítettävä sellainen x , jolla $f(x) = 4$ (miksi?) Kokeile joitain pieniä lukuarvoja tämän yhtälön ratkaisemiseksi.
13. Määritä $\int x^2 \ln x \, dx$. Vihje: Osittaisintegrointi.