

Insinöörimatematiikka: Matematiikan perustiedot 2026

Demonstraatio 2, 18.9.2025

1. Selvitä reaalilukujen aksioomiin perustuen, miksi $(-1)a = -a$ aina kun $a \in \mathbb{R}$. Vihje: Koska luennolla on jo todettu, että vastaluku on yksikäsitteinen, riittää osoittaa että $(-1)a$ on luvun a vastaluku. Tämä voidaan osoittaa toteamalla että näiden lukujen summa on 0. Selvitä yksityiskohtaisesti miten tämä tapahtuu.
2. Selvitä reaalilukujen aksioomiin perustuen, miksi 1 kuuluu joukkoon $\mathbb{R}_+$. Vihje: Oleta aluksi päinvastoin, ja johda tästä oletuksesta ristiriita. Tässä voi hyödyksi olla tieto, että $(-1)(-1) = 1$, mutta miksi näin on?
3. Käytä edellisten tehtävien tietoa todistaaksesi, että kahden negatiivisen luvun tulo on positiivinen.
4. Onko joukossa $\{0.9, 0.99, 0.999, 0.999 \dots\}$ suurin alkio? Mikä on joukon pienin yläraja?
5. Onko joukossa $A = \{1 - \frac{1}{n} \mid n \in \mathbb{N}\}$ suurin alkio? Mikä on joukon pienin yläraja S ? Osoita pienin yläraja S oikeaksi näyttämällä toteen, että $(\forall \epsilon > 0)(\exists a \in A)(a > S - \epsilon)$.
6. Oletetaan, että $x > 1$. Selitä miksi tällöin $x^2 > x$, $x^3 > x^2$, $x^4 > x^3$, jne.
7. Oletetaan, että $d(a, c) < 0,001$ ja $d(b, d) < 0,004$. Esitä jokin arvio etäisyydelle $d(a + b, c + d)$. Ohje: luentoruudut.
8. Oletetaan, että $|a| \leq 40$ ja $|d| \leq 20$ ja että $d(a, c) \leq 0,001$ ja $d(b, d) \leq 0,004$. Esitä jokin arvio etäisyydelle $d(ab, cd)$. Ohje: luentoruudut.
9. Olkoot $f(x) = x^2 + 3x + 2$ ja $g(x) = 2x - 3$. Etsi lauseke funktioille $(f \circ g)(x)$ ja $(g \circ f)(x)$.